Université d'Aix-Marseille | Licence MIASHS
Semestre 1 | 2017/2018

Correction Partiel, 19 octobre

Exercice 1. (6 points)
1) Résoudre les systèmes suivants : (Indiquer si le système possède ou non des solutions, et donner ces solutions)

$$S_1 := \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{solution} = \{1, -1/2, 1/2\}$$

$$S_2 := \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 3y - z = 2 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$$

Aucune solution car en faisant les opérations suivantes :

$$L_2 < -- L_2 - 3/2L_1$$

$$L_3 < -- L_3 - L_1$$

$$L_3 < -- L_3 - 2L_2$$

On arrive à 0=1, une contradiction.
2) Résoudre le système suivant par la méthode de Cramer (justifier que vous pouvez utiliser cette méthode !)

$$S_3 := \begin{cases} 5x + 2y + 7z = 2 \\ 2x + y - 3z = 7 \\ x + 2y + z = 4 \end{cases}$$

$$\text{solution} = \{1, 2, -1\}$$

Exercice 2. QCM (5 points)

A- 3,5
B- 2,3,5
C- 2,5
D- 1
E- 1,5

Exercice 3. (3 points)
Soient $A \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ trois points de $\mathbb{R}^2$. Déterminer les vecteurs $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. Le quadrilatère $OABC$ est-il un parallélogramme ?

Il fallait remarquer que $\vec{OA} = \vec{BC}$. D'après la définition 1.6 (0.6) vue en cours cela suffit à démontrer que OABC est un parallélogramme.

Exercice 4. Dans $\mathbb{R}^2$, donner une équation paramétrique et une équation cartésienne pour chacune des droites suivantes. (4 points)

1. Droite passant pas les points $A \binom{1}{1}$ et $B \binom{2}{1}$.

2. Droite passant par le point $C \binom{1}{2}$ et de vecteur directeur $u = \binom{-1}{3}$.

3. Droite passant par le point $P \binom{1}{1}$ et orthogonale à la droite d'équation $3x+4y+5 = 0$.

4. paramétrique : $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$
cartésienne :

$$y = 1$$

5. paramétrique : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$
cartésienne :

$$y + 3x - 5 = 0$$

6. paramétrique : $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$
cartésienne :

$$3y - 4x + 1 = 0$$

Exercice 5. (4 points) On considère les deux vecteurs du plan $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le déterminant de u et v.
det=1

2. Écrire sous forme de système l'équation vectorielle
$\begin{cases} 2x + y = a \\ x + y = b \end{cases}$

3. Résoudre le système en fonction des paramètres a et b.

Comme le déterminant est non nul, il y a une unique solution au système, on le résoud (avec Cramer, ou par substitution) pour obtenir :

$$S = (a - b, 2b - a)$$

4. Reprendre les points précédents pour les vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Ici le déterminant est nul, donc le système n'admet pas une unique solution. La droite d'equation $y = 1 + \frac{2}{b}x$ est solution du système si $-2a = b$.
Sinon, le système n' pas de solution.