Aix Marseille Université — 2016-2017
Licence MIASHS — 1ère année-S1

Travaux Dirigés de Géométrie Fiche n° 2

Exercice 1

Dans le plan $\mathbb{R}^2$, on note (x, y) les coordonnées dans le repère ou la base canonique.

1. Représenter les vecteurs $\vec{u} = (1,2); \vec{v} = (3,4); \vec{w} = (5,6)$; les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Exprimer $\vec{w}$ comme Combinaison Linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. $\vec{a} = \left(-\sqrt{12}, \dfrac{2}{3}\right), \vec{b} = \left(\sqrt{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$ et $\vec{c} = (\sqrt{3}, 9)$; $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils colinéaires ? $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont-ils colinéaires ?

3. Donner une équation cartésienne de la droite passant par $A = (1, -2)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = (-3, 4)$.

4. Donner une équation cartésienne de la droite (AB) lorsque $A = (3, 4)$ et $B = (6, -2)$. Les points $C = (2, 10/3)$ et $D = (11/3, 41/9)$ appartiennent-ils à la droite (AB). Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de (AB) avec les axes de coordonnées. Quel est le point d'abscisse -3 de (AB) et celui d'ordonnée -4.

5. Donner une équation cartésienne de la droite passant par l'origine et parallèle à la droite $x + y - 1 = 0$

6. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB), lorsque $A = (1, -2)$ et $B = (3, 1)$. Placer les points de paramètre -1 et $3/2$. Le point $R = (8/3, 1/2)$ appartient-il à la droite (AB). Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de (AB) avec les axes de coordonnées.

7. Montrer que $\mathcal{A} = \begin{cases} x = \sqrt{2}t + 1 \\ y = -2t - 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ et $\mathcal{B} = \begin{cases} x = -2k + 3 \\ y = 2\sqrt{2}(k-1) - 1 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$ sont deux représentations paramétriques de la même droite. Donner une équation cartésienne de cette droite.

8. Donner une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ représentée par $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$.

9. Donner une représentation paramétrique de la droite passant par $A = (1, -2)$ et parallèle à la droite d'équation cartésienne $x + 2y - 1 = 3$.

10. Déterminer l'intersection $\mathcal{D} \cap \mathcal{D}'$ lorsque $\mathcal{D} : 7x + 8y = 2$ et $\mathcal{D}' : 9x + 10y = 4$ puis lorsque $\mathcal{D} : -9x + 15y = 1$ et $\mathcal{D}' : 6x - 10y = \frac{-2}{3}$ et enfin lorsque $\mathcal{D} : (\sqrt{3} + 1)x + 4y = 7$ et $\mathcal{D}' : \frac{1}{2}x + (\sqrt{3} - 1)y = 1$.

11. Déterminer le centre de gravité du triangle ABC lorsque $A = (1, 2), B = (0, 3), C = (-1, -4)$.

Exercice 2

A, B et C sont trois points non alignés

1. Sachant que $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$, exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

2. Sachant que $2\overrightarrow{FB} - \overrightarrow{FC} = \vec{0}$, exprimer $\overrightarrow{AF}$ comme Combinaison Linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

3. Représenter les cinq points A, B, C, E, et F et donner leurs coordonnées dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

4. Soit I le milieu de $[A, F]$, montrer que les points I, E et C sont alignés.

5. Soit J le milieu de $[A, C]$, montrer que les points J, E et F sont alignés.

6. Quelle est la nature du quadrilatère $IBCJ$?

Exercice 3

A, B et C sont trois points non alignés.

1. Construire L, M, N tels que $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{MB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Montrer que L, M et N sont alignés. Déterminer les coordonnées de ces trois points dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

2. On note I le milieu du segment $[B, C]$. Une droite passant par I coupe les droites (AB) en D et (AC) en E. Déterminer le lieu des points d'intersection des droites (BE) et (CD).

Indication : On pourra considérer le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Exercice 4

Dans le plan euclidien $\mathbb{R}^2$, muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les quatre points suivants :
$A = (-3, 0), B = \left(-1, \dfrac{1}{2}\right), F = \left(-1, -\dfrac{15}{4}\right), K = \left(-3, -\dfrac{17}{4}\right)$.

1. Montrer que le quadrilatère $ABFK$ est un parallélogramme.

2. Donner une équation cartésienne de la droite (BK).

3. Donner les coordonnées du milieu I de $[FK]$.

4. Montrer que les droites (AI) et (FK) sont orthogonales.

5. Calculer la norme des vecteurs $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{FK}, \overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AI}$. Quelle est la nature du triangle AFK ?

6. Calculer l'aire du parallélogramme $ABFK$.

7. Donner une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AF]$.

8. Déterminer la distance du point A à la droite (BK).

9. Déterminer les coordonnées de H projeté orthogonal de A sur la droite (BK).

10. Soit α l'angle orienté $(\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FK})$, déterminer les valeurs de $\cos(\alpha)$ et de $\sin(\alpha)$.